



М. А. Иченская

Геометрия

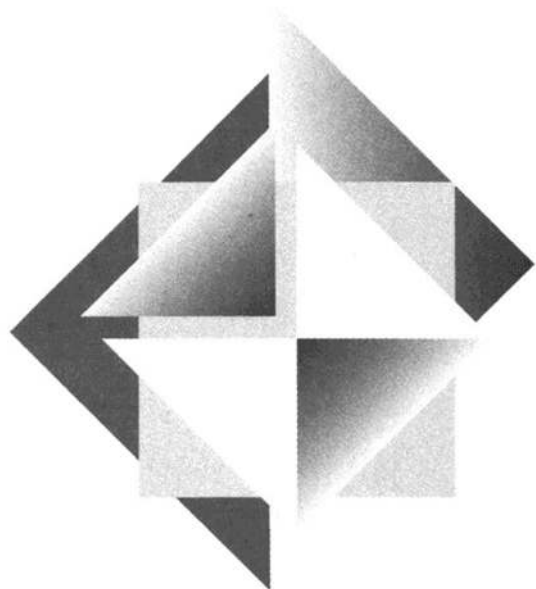
САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ И КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

9

М. А. Иченская

ГЕОМЕТРИЯ

САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ И КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ



9
КЛАСС

Учебное пособие
для общеобразовательных
организаций

Москва
«Просвещение»
2018

Иченская М. А.

И96 Геометрия. Самостоятельные и контрольные работы. 9 класс : учеб. пособие для общеобразоват. организаций / М. А. Иченская. — М. : Просвещение, 2018. — 48 с. : ил. — ISBN 978-5-09-054080-3.

Учебное пособие содержит самостоятельные и контрольные работы, а также карточки к итоговым зачётам по курсу геометрии 9 класса. Оно ориентировано на учебник «Геометрия. 7—9 классы» авторов Л. С. Атанасяна и др.

Пособие адресовано школьникам, учителям математики и студентам педвузов.

УДК 373:514
ББК 22.151я72

ISBN 978-5-09-054080-3

© Издательство «Просвещение», 2018
© Художественное оформление.
Издательство «Просвещение», 2018
Все права защищены

Самостоятельные работы

9 класс

С—1, В—1

1. В прямоугольнике $ABCD$ $AB = 3$ см, $BC = 4$ см, M — середина стороны BC . Найдите длины векторов $\overrightarrow{AM}$ и $\overrightarrow{AC}$.

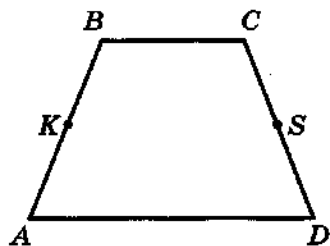
2. На рисунке $ABCD$ — равнобедренная трапеция, точки K и S — середины боковых сторон. Верно ли, что:

а) $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{DS}$;

б) $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{BK}$;

в) $\overrightarrow{DS} = \overrightarrow{SC}$?

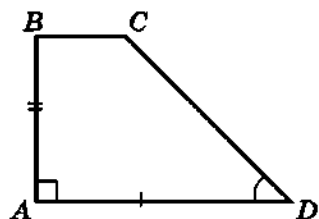
Ответ обоснуйте.



9 класс

С—1, В—2

1. На рисунке изображена прямоугольная трапеция $ABCD$, в которой $\angle D = 45^\circ$, $AD = 24$ см, $AB = 10$ см. Найдите длины векторов $\overrightarrow{BD}$ и $\overrightarrow{CD}$.



2. В параллелограмме $ABCD$ O — точка пересечения диагоналей. Верно ли, что:

а) $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{CO}$;

б) $\overrightarrow{BO} = \overrightarrow{OD}$;

в) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD}$?

Ответ обоснуйте.

9 класс

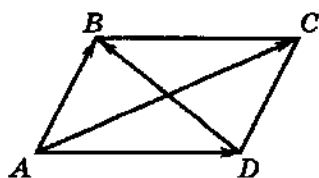
С—2, В—1

1. Дан прямоугольный треугольник ABC с гипотенузой BC . Постройте вектор $\vec{p} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$ и найдите $|\vec{p}|$, если $AB = 8$ см.

2. На рисунке $ABCD$ — параллелограмм. Выразите:

а) $\overrightarrow{AC}$ через $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AD}$;

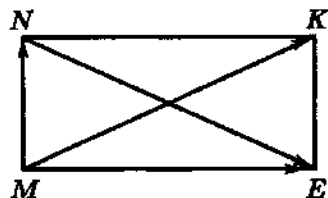
б) $\overrightarrow{DB}$ через $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AD}$.



1. Дан прямоугольный треугольник ABC с гипотенузой AB . Постройте вектор $\vec{m} = \vec{BA} + \vec{BC} - \vec{CA}$ и найдите $|\vec{m}|$, если $BC = 9$ см.

2. На рисунке $MNKE$ — прямоугольник. Выразите:

- а) $\vec{MK}$ через $\vec{MN}$ и $\vec{ME}$;
 б) $\vec{NE}$ через $\vec{MN}$ и $\vec{ME}$.



1. Начертите два неколлинеарных вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ так, что $|\vec{a}| = 3$ см, $|\vec{b}| = 2$ см. Постройте вектор $\vec{p} = 3\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$.

2. В параллелограмме $KMNP$ точка B — середина стороны MN , A — точка на отрезке PN , такая, что $PA : AN = 2 : 1$. Выразите векторы $\vec{MA}$ и $\vec{AB}$ через векторы $\vec{m} = \vec{KM}$ и $\vec{n} = \vec{KP}$.

1. Начертите два неколлинеарных вектора $\vec{m}$ и $\vec{n}$ так, что $|\vec{m}| = 2$ см, $|\vec{n}| = 3$ см. Постройте вектор $\vec{a} = 2\vec{m} - \frac{1}{3}\vec{n}$.

2. В параллелограмме $ABCD$ точка M — середина стороны CD , N — точка на стороне AD , такая, что $AN : ND = 1 : 2$. Выразите векторы $\vec{CN}$ и $\vec{MN}$ через векторы $\vec{b} = \vec{BC}$ и $\vec{a} = \vec{BA}$.

1. Точка K делит отрезок MN в отношении $MK : KN = 3 : 4$. Выразите вектор $\vec{AM}$ через векторы $\vec{a} = \vec{AK}$ и $\vec{b} = \vec{AN}$, где A — произвольная точка, не лежащая на прямой MN .

2. Высота, проведённая из вершины тупого угла равнобедренной трапеции, делит большее основание трапеции на два отрезка, меньший из которых равен 2 см. Найдите большее основание трапеции, если её средняя линия равна 8 см.

1. Точка A делит отрезок EF в отношении $EA : AF = 2 : 5$. Выразите вектор $\overrightarrow{KE}$ через векторы $\vec{m} = \overrightarrow{KA}$ и $\vec{n} = \overrightarrow{KF}$, где K — произвольная точка, не лежащая на прямой EF .

2. Высота, проведённая из вершины тупого угла равнобедренной трапеции, делит среднюю линию трапеции на отрезки, равные 2 см и 6 см. Найдите основания трапеции.

1. В прямоугольной системе координат постройте векторы $\vec{a} \{2; 0\}$; $\vec{b} \{3; -2\}$; $\vec{c} \{0; -2\}$; $\vec{e} \{-1; -1\}$.

2. Найдите координаты векторов $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} - \vec{b}$, $2\vec{a} + 3\vec{b}$, если $\vec{a} \{3; -5\}$; $\vec{b} \{2; 3\}$.

3. Векторы $\vec{a} \{3; -6\}$ и $\vec{b} \{9; y\}$ коллинеарны. Найдите число y .

1. В прямоугольной системе координат постройте векторы $\vec{n} \{3; 0\}$; $\vec{m} \{4; -1\}$; $\vec{c} \{0; -3\}$; $\vec{d} \{-1; -1\}$.

2. Найдите координаты векторов $\vec{m} + \vec{n}$, $\vec{m} - \vec{n}$, $3\vec{m} - 2\vec{n}$, если $\vec{m} \{4; -2\}$; $\vec{n} \{5; 3\}$.

3. Векторы $\vec{m} \{x; 10\}$ и $\vec{n} \{-2; 5\}$ коллинеарны. Найдите число x .

1. На оси ординат найдите точку $M(0; y)$, равноудалённую от точек $A(-3; 5)$ и $B(6; 4)$.

2. Докажите, что четырёхугольник $MNPQ$ является параллелограммом, если $M(1; 1)$, $N(6; 1)$, $P(7; 4)$, $Q(2; 4)$.

3. Основания прямоугольной трапеции равны 6 см и 8 см, а высота 5 см. Найдите длину отрезка, соединяющего середины оснований трапеции.

1. На оси абсцисс найдите точку $N(x; 0)$, равноудалённую от точек $A(1; 2)$ и $B(-3; 4)$.

2. Докажите, что четырёхугольник $MNPQ$ является параллелограммом, если $M(-5; 1)$, $N(-4; 4)$, $P(-1; 5)$, $Q(-2; 2)$.

3. Основания равнобедренной трапеции равны 8 м и 12 м, а высота равна 6 м. Найдите длину отрезков, соединяющих концы одной боковой стороны с серединой другой боковой стороны.

1. Постройте окружность, заданную уравнением $(x - 1)^2 + y^2 = 4$.

2. Напишите уравнение окружности с центром в точке $A(0; -6)$, проходящей через точку $B(3; -2)$.

3. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(4; 6)$, $B(-4; 0)$, $C(-1; -4)$. Напишите уравнение прямой, содержащей медиану CM .

4. Точка B — середина отрезка AC , длина которого равна 2. Найдите множество всех точек M , для каждой из которых верно равенство $AM^2 + 2BM^2 + 3CM^2 = 4$.

1. Постройте окружность, заданную уравнением $(x + 5)^2 + (y - 3)^2 = 25$.

2. Напишите уравнение окружности с центром в начале координат, проходящей через точку $B(1; -3)$.

3. Даны координаты вершин трапеции $ABCD$: $A(-2; -2)$, $B(-3; 1)$, $C(7; 7)$, $D(3; 1)$. Напишите уравнение прямой, содержащей диагональ трапеции AC .

4. Точка D — середина отрезка NK , длина которого равна 2. Найдите множество всех точек P , для каждой из которых верно равенство $NP^2 + DP^2 + KP^2 = 50$.

1. Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.
2. Постройте угол A , если $\cos A = -\frac{3}{4}$.
3. Постройте угол B , если $\sin B = \frac{1}{2}$.

1. Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.
2. Постройте угол A , если $\sin A = \frac{2}{5}$.
3. Постройте угол B , если $\cos B = \frac{3}{4}$.

1. Используя теорему синусов, решите треугольник ABC , если $AB = 8$ см, $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 45^\circ$.
2. Найдите площадь треугольника ABC , если $BC = 41$ м, $\angle A = 32^\circ$, $\angle C = 120^\circ$.
3. Используя теорему косинусов, решите треугольник ABC , если $AB = 5$ см, $AC = 7,5$ см, $\angle A = 135^\circ$.

1. Используя теорему синусов, решите треугольник ABC , если $AB = 5$ см, $\angle B = 45^\circ$, $\angle C = 60^\circ$.
2. Найдите площадь треугольника ABC , если $BC = 4,125$ м, $\angle B = 44^\circ$, $\angle C = 72^\circ$.
3. Используя теорему косинусов, решите треугольник ABC , если $AC = 0,6$ дм, $BC = \frac{\sqrt{3}}{4}$ дм, $\angle C = 150^\circ$.

1. Найдите углы треугольника ABC , если $A(-1; \sqrt{3})$, $B(1; -\sqrt{3})$, $C(\frac{1}{2}; \sqrt{3})$.
2. При каком значении x векторы $\vec{p} = x\vec{a} + 17\vec{b}$ и $\vec{q} = 3\vec{a} - \vec{b}$ перпендикулярны, если $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 5$ и $\angle \vec{a}\vec{b} = 120^\circ$?

1. Докажите, что треугольник с вершинами $A(3; 0)$, $B(1; 5)$ и $C(2; 1)$ тупоугольный. Найдите косинус тупого угла.

2. Вычислите скалярное произведение векторов $\vec{p} = \vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$ и $\vec{q} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$, если $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 2$, $|\vec{c}| = 4$ и $\vec{a} \perp \vec{b}$.

1. Найдите углы правильного n -угольника, если $n = 10$.

2. Сколько сторон имеет правильный n -угольник, если каждый его угол равен 135° ?

3. Докажите, что три вершины правильного шестиугольника, взятые через одну, служат вершинами правильного треугольника.

4. Найдите площадь правильного n -угольника, если $n = 6$, $r = 9$ см, где r — радиус вписанной окружности.

1. Найдите углы правильного n -угольника, если $n = 8$.

2. Сколько сторон имеет правильный n -угольник, если каждый его угол равен 120° ?

3. Докажите, что четыре вершины правильного восьмиугольника, взятые через одну, служат вершинами квадрата.

4. Найдите площадь правильного n -угольника, если $n = 4$, $R = 3\sqrt{2}$ см, где R — радиус описанной окружности.

1. Найдите длину окружности, описанной около прямоугольного треугольника с катетами a и b .

2. Найдите площадь круга, вписанного в равносторонний треугольник со стороной a .

3. Найдите длину дуги окружности радиуса 6 см, если её градусная мера равна 45° .

4. Из круга, радиус которого 10 см, вырезан сектор с дугой в 60° . Найдите площадь оставшейся части круга.

1. Найдите длину окружности, описанной около правильного треугольника со стороной a .

2. Найдите площадь круга, вписанного в прямоугольный треугольник с катетом a и прилежащим к нему острым углом α .

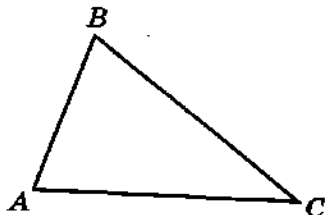
3. Найдите длину дуги окружности радиуса 6 см, если её градусная мера равна 30° .

4. Площадь сектора с центральным углом в 135° равна S . Найдите радиус сектора.

1. Даны прямая a и четырёхугольник $ABCD$. Постройте фигуру F , на которую отображается данный четырёхугольник при осевой симметрии с осью a . Что представляет собой фигура F ?

2. Дан треугольник ABC . Постройте фигуру F , симметричную данному треугольнику ABC относительно:

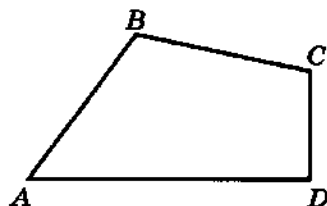
- а) точки C ;
- б) середины стороны AC .



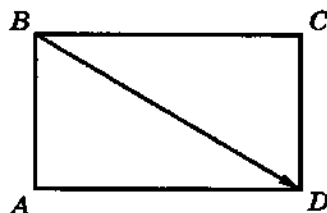
1. Даны прямая l и треугольник ABC . Постройте фигуру F , на которую отображается треугольник ABC при осевой симметрии с осью l . Что представляет собой фигура F ?

2. Дан четырёхугольник $ABCD$. Постройте фигуру F , симметричную данному четырёхугольнику относительно:

- точки C ;
- середины стороны AD .

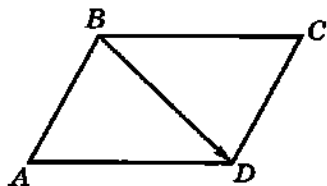


1. Дан прямоугольник $ABCD$. Постройте фигуру F , которая получится из прямоугольника $ABCD$ в результате параллельного переноса на вектор $\overrightarrow{BD}$. Что представляет собой фигура F ?



2. Постройте треугольник, который получится из данного равнобедренного треугольника ABC в результате поворота вокруг точки B на угол 150° против часовой стрелки.

1. Дан параллелограмм $ABCD$. Постройте фигуру F , которая получится из параллелограмма $ABCD$ в результате параллельного переноса на вектор $\overrightarrow{BD}$. Что представляет собой фигура F ?



2. Постройте треугольник, который получится из данного прямоугольного треугольника MNK в результате поворота вокруг вершины прямого угла N на угол 120° по часовой стрелке.

1. Даны векторы $\vec{a} \{3; 4\}$; $\vec{b} \{6; -8\}$; $\vec{c} \{1; 5\}$. Найдите:

а) координаты векторов $\vec{r} = 2\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$, $\vec{s} = \vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$;

б) $|\vec{a}|$ и $|\vec{b}|$.

2. На оси абсцисс найдите точку M , равноудалённую от точек $M_1(-2; 4)$ и $M_2(6; 8)$.

3. Найдите координаты центра O и радиус окружности, заданной уравнением $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$.

1. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$, вершины которого имеют координаты $A(3; 2)$, $B(0; 5)$, $C(-3; 2)$, $D(0; -1)$, является квадратом.

2. Найдите точку D на оси ординат, равноудалённую от точек $A(5; 4)$ и $B(4; -3)$.

3. Найдите координаты центра и радиус окружности, заданной уравнением $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$.

1. В треугольнике DEF стороны $ED = 4,5$ дм, $EF = 9,9$ дм, $DF = 7$ дм. Найдите углы треугольника DEF .

2. Найдите значение x , при котором векторы $\vec{p} = 6\vec{a} + x\vec{b}$ и $\vec{q} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ перпендикулярны, если $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 2$, $\angle \vec{a}\vec{b} = 120^\circ$.

1. В треугольнике ABC стороны $AB = 3$ см, $BC = 3,3$ см, $\angle A = 48^\circ 30'$. Найдите остальные углы и сторону AC .

2. При каком значении x векторы $\vec{m} = 2\vec{a} + x\vec{b}$ и $\vec{n} = -\vec{a} + 3\vec{b}$ перпендикулярны, если $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$, $\angle \vec{a}\vec{b} = 60^\circ$?

1. Сколько сторон имеет правильный n -угольник, один из внешних углов которого равен 72° ?

2. В круг, площадь которого равна 36π см², вписан правильный шестиугольник. Найдите сторону этого шестиугольника и его площадь.

1. Один из внешних углов правильного n -угольника равен 40° . Сколько сторон имеет этот n -угольник?

2. На стороне правильного треугольника, вписанного в окружность радиуса 3 дм, построен квадрат. Найдите радиус окружности, описанной около квадрата.

9 класс

К—1, В—1

1. Точки E и F лежат на сторонах AD и BC соответственно параллелограмма $ABCD$, причём $AE = ED$, $BF : FC = 4 : 3$.

а) Выразите вектор $\overrightarrow{EF}$ через векторы $\vec{m} = \overrightarrow{AB}$ и $\vec{n} = \overrightarrow{AD}$.

б) Может ли при каком-нибудь значении x выполняться равенство $\overrightarrow{EF} = x \cdot \overrightarrow{CD}$?

2. В прямоугольной трапеции боковые стороны равны 15 см и 17 см, средняя линия равна 6 см. Найдите основания трапеции.

9 класс

К—1, В—2

1. Точка K лежит на стороне AB , а точка M — на стороне CD параллелограмма $ABCD$, причём $AK = KB$, $CM : MD = 2 : 5$.

а) Выразите вектор $\overrightarrow{KM}$ через векторы $\vec{p} = \overrightarrow{AB}$ и $\vec{q} = \overrightarrow{AD}$.

б) Может ли при каком-нибудь значении x выполняться равенство $\overrightarrow{KM} = x \cdot \overrightarrow{CB}$?

2. Один из углов прямоугольной трапеции равен 120° , большая боковая сторона равна 20 см, а средняя линия равна 7 см. Найдите основания трапеции.

9 класс

К—2, В—1

1. Найдите координаты и длину вектора $\vec{a}$, если $\vec{a} = -\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$, $\vec{b} \{3; -2\}$, $\vec{c} \{-6; 2\}$.

2. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(-6; 1)$, $B(2; 4)$, $C(2; -2)$. Докажите, что треугольник ABC равнобедренный, и найдите высоту треугольника, проведённую из вершины A .

3. Окружность задана уравнением $(x - 1)^2 + y^2 = 9$. Напишите уравнение прямой, проходящей через её центр и параллельной оси ординат.

1. Найдите координаты и длину вектора $\vec{a}$, если $\vec{a} = \frac{1}{3}\vec{b} - \vec{c}$, $\vec{b} \{3; -9\}$, $\vec{c} \{-6; 2\}$.

2. Даны координаты вершин параллелограмма $ABCD$: $A(-6; 1)$, $B(0; 5)$, $C(6; -4)$, $D(0; -8)$. Докажите, что $ABCD$ — прямоугольник, и найдите координаты точки пересечения его диагоналей O .

3. Окружность задана уравнением $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 16$. Напишите уравнение прямой, проходящей через её центр и параллельной оси абсцисс.

1. Найдите угол между лучом OA и положительной полуосью Ox , если $A(-1; 1)$.

2. Найдите стороны и углы треугольника ABC , если $\angle B = 30^\circ$, $\angle C = 105^\circ$, $BC = 3\sqrt{2}$ см.

3. Найдите косинус угла M треугольника KCM , если $K(1; 7)$, $C(-2; 4)$, $M(2; 0)$.

1. Найдите угол между лучом OA и положительной полуосью Ox , если $A(3; 3)$.

2. Найдите стороны и углы треугольника ABC , если $\angle B = 45^\circ$, $\angle C = 60^\circ$, $BC = \sqrt{3}$ см.

3. Найдите косинус угла C треугольника KCM , если $K(3; 9)$, $C(0; 6)$, $M(4; 2)$.

1. Периметр правильного треугольника, вписанного в окружность, равен 45 см. Найдите сторону правильного четырёхугольника, вписанного в ту же окружность.

2. Найдите площадь круга, если площадь вписанного в окружность квадрата равна 72 дм^2 .

3. Радиус окружности равен 8 см, а градусная мера дуги равна 150° . Найдите длину этой дуги.

1. Периметр правильного шестиугольника, вписанного в окружность, равен 48 м. Найдите сторону квадрата, вписанного в ту же окружность.

2. Найдите длину окружности, если площадь вписанного в окружность правильного шестиугольника равна $72\sqrt{3} \text{ см}^2$.

3. Радиус круга равен 12 дм, а градусная мера дуги равна 120° . Найдите площадь ограниченного этой дугой сектора.

1. Дана трапеция $ABCD$. Постройте фигуру, на которую отображается эта трапеция при симметрии относительно прямой, содержащей боковую сторону AB .

2. Дан прямоугольник $ABCD$, где O — точка пересечения его диагоналей. Точка M симметрична точке O относительно стороны BC . Докажите, что четырёхугольник $MODC$ — параллелограмм. Найдите его периметр, если стороны прямоугольника равны 6 см и 8 см.

3. Докажите, что равносторонний треугольник ABC отображается на себя при повороте вокруг точки O на 120° по часовой стрелке, где O — точка пересечения его медиан.

1. Дана трапеция $ABCD$. Постройте фигуру, на которую отображается эта трапеция при симметрии относительно прямой, содержащей её основание AD .

2. Дан прямоугольник $MNKP$, где O — точка пересечения его диагоналей. Точка D симметрична точке O относительно стороны MP . Докажите, что четырёхугольник $MOPD$ — ромб. Найдите его периметр, если стороны прямоугольника равны 7 см и 24 см.

3. Докажите, что квадрат $ABCD$ отображается на себя при повороте вокруг точки O на 90° против часовой стрелки, где O — точка пересечения его диагоналей.

1. Радиус окружности, описанной около прямоугольника, равен 5 см. Одна сторона прямоугольника равна 6 см. Вычислите:

- площадь прямоугольника;
- угол между диагоналями прямоугольника.

2. Напишите уравнение окружности с центром на прямой $y = 4$ и касающейся оси абсцисс в точке $(3; 0)$.

3. В правильный треугольник со стороной 4 см вписана окружность и около него описана другая окружность. Найдите площадь кольца, заключённого между этими окружностями.

4. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 20 см, а угол при вершине равен 84° . Найдите периметр этого треугольника.

1. Даны точки $A(-4; 3)$, $B(3; 10)$, $C(6; 7)$, $D(-1; 0)$. Докажите, что $ABCD$ — параллелограмм, и найдите его периметр.

2. Напишите уравнение окружности с центром в точке A , проходящей через точку B , если $A(2; -3)$, $B(-2; 2)$.

3. В окружность радиуса 10 см вписан квадрат $ABCD$. Найдите площадь кольца, ограниченного данной и вписанной в квадрат окружностями.

4. Основание равнобедренного треугольника равно 26 см, угол при основании равен 56° . Найдите периметр этого треугольника.

Итоговый зачёт

9 класс

Карточка 1

1. Определение вертикальных углов. Свойство вертикальных углов.
 2. Решение прямоугольного треугольника по катету и острому углу.
 3. Боковая сторона трапеции, равная 20 см, образует с меньшим её основанием угол в 150° . Вычислите площадь трапеции, если её основания равны 12 см и 30 см.
-

9 класс

Карточка 2

1. Определение смежных углов. Свойство смежных углов.
 2. Решение прямоугольного треугольника по гипотенузе и острому углу.
 3. Дуга окружности, соответствующая центральному углу в 270° , равна 4 дм. Чему равен радиус окружности и площадь вписанного в окружность квадрата?
-

9 класс

Карточка 3

1. Определение равных треугольников. Признаки равенства треугольников. Доказательство одного из них.
 2. Решение прямоугольного треугольника по двум катетам.
 3. Составьте уравнение окружности с центром на прямой $y = 3$, касающейся оси абсцисс в точке (4; 0).
-

9 класс

Карточка 4

1. Определение равнобедренного треугольника. Свойство углов равнобедренного треугольника.
2. Формулы площади прямоугольника и квадрата.
3. Даны точки: $A(-2; 1)$, $B(0; 3)$, $C(4; 1)$, $D(2; -1)$.
 - а) Докажите, что $AB = DC$, $AB \parallel DC$.
 - б) Определите вид четырёхугольника $ABCD$ и вычислите его периметр.

1. Определение медианы треугольника. Свойство медианы равнобедренного треугольника, проведённой к его основанию.

2. Вывод уравнения окружности.

3. Одна из сторон параллелограмма a в 3 раза больше проведённой к ней высоты h . Вычислите a и h , если площадь параллелограмма равна 48 см^2 .

1. Определение параллельных прямых. Теорема о двух прямых, параллельных третьей прямой.

2. Вывод формулы площади треугольника $S = \frac{1}{2}ah$.

3. Основания трапеции равны 10 см и 20 см. Диагональ отсекает от неё прямоугольный равнобедренный треугольник, гипотенузой которого является меньшее основание трапеции. Вычислите площадь этой трапеции.

1. Свойство углов, образованных при пересечении двух параллельных прямых третьей прямой.

2. Определения суммы и разности векторов. Построение суммы и разности двух данных векторов.

3. Через вершину B тупого угла параллелограмма $ABCD$ проведены высоты BM и BK к сторонам AD и CD . Известно, что $AB = 15 \text{ см}$, $BC = 18 \text{ см}$, $BK = 12 \text{ см}$. Найдите высоту BM и углы параллелограмма.

1. Теорема о сумме углов треугольника.

2. Определение и свойства скалярного произведения векторов.

3. Боковые стороны прямоугольной трапеции равны 15 см и 17 см. Большее её основание равно 18 см. Найдите периметр трапеции.

1. Определение внешнего угла треугольника. Свойство внешних углов треугольника.

2. Формулы длины окружности и длины дуги.

3. Стороны первого четырёхугольника равны 2 см, 3 см, 4 см и 5 см. Второй четырёхугольник подобен первому, причём сумма наибольшей и наименьшей его сторон равна 28 см. Найдите стороны второго четырёхугольника и отношение их площадей.

1. Теорема об окружности, описанной около треугольника.

2. Вывод формул площади параллелограмма и ромба.

3. Найдите углы выпуклого шестиугольника, если они пропорциональны числам 2, 4, 4, 6, 8, 12.

1. Теорема об окружности, вписанной в треугольник.

2. Вывод формулы площади правильного n -угольника.

3. Даны точки $A(3; 2)$ и $B(7; -1)$. Составьте уравнение окружности с центром в точке A и проходящей через точку B .

1. Определение и признаки параллелограмма.

2. Вывод формулы площади трапеции.

3. Внешний угол при основании AC равнобедренного треугольника ABC в 5 раз больше смежного с ним угла. Найдите углы треугольника ABC .

1. Свойство диагоналей параллелограмма.
 2. Вывод формул радиусов вписанной и описанной окружностей правильного многоугольника.
 3. Разделите данный отрезок с помощью циркуля и линейки:
 - а) на 2 равные части;
 - б) на 5 равных частей;
 - в) в отношении 3 : 4.
-

1. Определение прямоугольника. Свойство его диагоналей.
 2. Формулы для вычисления радиусов вписанной и описанной окружностей для произвольного и правильного треугольников.
 3. Найдите угол F в треугольнике FQH , если $F(6; 3)$, $Q(1; 8)$, $H(1; 3)$.
-

1. Определение ромба. Свойства его диагоналей.
 2. Построение биссектрисы угла и серединного перпендикуляра к отрезку с помощью циркуля и линейки.
 3. Меньшее основание BC трапеции $ABCD$ равно 12 см, $AB = CD$, $\angle D = 45^\circ$, высота трапеции равна 8 см. Найдите площадь трапеции и длину её средней линии.
-

1. Определение средней линии треугольника. Теорема о средней линии треугольника.
2. Вывод формулы площади треугольника

$$S = \frac{1}{2}ab \sin C.$$

3. Угол ABC вписан в окружность с центром O . Сумма углов AOC и ABC равна 90° . Найдите $\angle ABC$, $\angle AOC$ и расстояние от центра окружности до хорды AC , если радиус окружности равен $8\sqrt{3}$ см.

1. Определение средней линии трапеции. Теорема о средней линии трапеции.

2. Формулы площади круга и сектора.

3. Найдите угол φ между векторами $\vec{c} \{-1; 2\}$ и $\vec{d} \left\{ \frac{1}{2}; 1 \right\}$ и длину вектора $\vec{x} = 2\vec{c} + \vec{d}$.

1. Теорема Пифагора. Доказательство.

2. Построение с помощью циркуля и линейки угла, равного данному.

3. В окружность радиуса 10 см вписан квадрат. Найдите площадь квадрата и длину окружности, вписанной в этот квадрат.

1. Определение подобных треугольников. Признаки подобия треугольников. Доказательство одного из них.

2. Вывод формулы длины вектора по его координатам.

3. Отрезки AC и BC — хорды окружности, радиус которой равен 6,5 см, AB — её диаметр, $AC = 5$ см. Найдите длину хорды BC и расстояние от центра окружности до прямой AC .

1. Определение вписанного угла. Теорема о вписанном угле.

2. Вывод формулы координат середины отрезка.

3. В треугольнике KPD сторона $PD = 6$ см, $\angle K = 60^\circ$, $\angle P = 45^\circ$. Найдите сторону KD .

1. Доказательство теоремы косинусов.
 2. Построение прямой, проходящей через данную точку и перпендикулярной к данной прямой, с помощью циркуля и линейки.
 3. Периметр параллелограмма $ABCD$ равен 60 см. Биссектриса его острого угла A пересекает сторону BC в точке E и делит сторону BC на равные части, $AE = 8$ см. Найдите периметр треугольника ABE .
-

1. Доказательство теоремы синусов.
 2. Определение произведения вектора на число. Построение векторов $\vec{x} = 2\vec{a}$ и $\vec{y} = -\frac{1}{2}\vec{a}$ по данному вектору $\vec{a}$.
 3. Длины двух сторон параллелограмма пропорциональны числам 7 и 3. Одна из них на 12 см больше другой. Найдите периметр параллелограмма и его площадь, если один из его углов равен 150° .
-

1. Определение выпуклого многоугольника. Теорема о сумме углов выпуклого n -угольника.
 2. Построение треугольника по трём сторонам с помощью циркуля и линейки.
 3. Вычислите отношение площади квадрата к площади описанного около него круга.
-

1. Признаки параллельности двух прямых.
2. Вывод формулы площади трапеции.
3. Радиус окружности, описанной около правильного треугольника, равен 6 см. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.

1. Признаки равенства прямоугольных треугольников. Доказательство одного из них.

2. Определение касательной к окружности. Теорема о свойстве касательной.

3. В треугольнике PQR $PQ = 45$ см, $PR = 73$ см, $\angle P = 60^\circ$. Найдите сторону RQ .

1. Теорема о соотношениях между сторонами и углами треугольника. Неравенство треугольника.

2. Синус, косинус и тангенс острого угла прямоугольного треугольника. Постройте угол φ , если $\sin \varphi = \frac{3}{5}$.

3. Даны три точки: $A(2; 0)$, $B(-3; 5)$ и $C(-2; 1)$. Найдите периметр треугольника ABC .

Распределение самостоятельных и контрольных работ по пунктам учебника

Номер работы	Содержание материала	Пункты учебника
Глава IX. Векторы		
С—1	Понятие вектора	76—78
С—2	Сложение и вычитание векторов	79—82
С—3, С—4	Умножение вектора на число	83—85
К—1	Контрольная работа № 1	76—85
Глава X. Метод координат		
С—5	Координаты вектора	86, 87
С—6	Простейшие задачи в координатах	88, 89
С—7	Уравнения окружности и прямой	90—92
К—2	Контрольная работа № 2	86—92
Глава XI. Соотношения между сторонами и углами треугольника. Скалярное произведение векторов		
С—8	Синус, косинус, тангенс угла	93—95
С—9	Соотношения между сторонами и углами треугольника	96—100
С—10	Скалярное произведение векторов	101—104
К—3	Контрольная работа № 3	93—104
Глава XII. Длина окружности и площадь круга		
С—11	Правильные многоугольники	105—109
С—12	Длина окружности и площадь круга	110—112
К—4	Контрольная работа № 4	105—112
Глава XIII. Движения		
С—13	Понятие движения	113—115
С—14	Параллельный перенос и поворот	116, 117
К—5	Контрольная работа № 5	113—117
С—15 — С—17	Решение задач	86—117
К—6	Итоговая контрольная работа № 6	86—117

Ответы

Самостоятельные работы

С—1, В—1. 1. $|\overrightarrow{AM}| = \sqrt{13}$, $|\overrightarrow{AC}| = 5$. 2. а) Нет; б) нет; в) да.
С—1, В—2. 1. $|\overrightarrow{BD}| = 26$, $|\overrightarrow{CD}| = 10\sqrt{2}$. 2. а) Нет; б) да; в) нет.

С—2, В—1. 1. $|\vec{p}| = 16$ см. 2. а) $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$; б) $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$.
С—2, В—2. 1. $|\vec{m}| = 18$ см. 2. а) $\overrightarrow{MK} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{ME}$; б) $\overrightarrow{NE} = \overrightarrow{ME} - \overrightarrow{MN}$.

С—3, В—1. 2. $\overrightarrow{MA} = \vec{n} - \frac{1}{3}\vec{m}$, $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\vec{m} - \frac{1}{2}\vec{n}$. С—3, В—2.
2. $\overrightarrow{CN} = \vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b}$, $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b}$.

С—4, В—1. 1. $\overrightarrow{AM} = \frac{7}{4}\vec{a} - \frac{3}{4}\vec{b}$. 2. 10 см. С—4, В—2. 1. $\overrightarrow{KE} =$
 $= \frac{7}{5}\vec{m} - \frac{2}{5}\vec{n}$. 2. 4 см и 12 см.

С—5, В—1. 2. $\{5; -2\}$, $\{1; -8\}$, $\{12; -1\}$. 3. $y = -18$. С—5, В—2.
2. $\{9; 1\}$, $\{-1; -5\}$, $\{2; -12\}$. 3. $x = -4$.

С—6, В—1. 1. $(0; -9)$. 3. $\sqrt{26}$. С—6, В—2. 1. $(-2,5; 0)$. 3. $\sqrt{90}$, $\sqrt{130}$.

С—7, В—1. 2. $x^2 + (y + 6)^2 = 25$. 3. $y = 3x - 1$. 4. Окружность ра-
диуса $\frac{1}{3}$ с центром $O \in BC$, $OB = \frac{1}{3}$. С—7, В—2. 2. $x^2 + y^2 = 10$.
3. $x - y = 0$. 4. Окружность радиуса 4.

С—8, В—1. 1. $\operatorname{tg} \alpha = 1$. С—8, В—2. 1. $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{1}{\sqrt{3}}$.

С—9, В—1. 1. $\angle C = 105^\circ$, $AC \approx 6$ см, $BC \approx 4$ см. 2. $649,2 \text{ м}^2$.
3. $BC = 12$ см, $\angle C \approx 17^\circ 45'$, $\angle B \approx 27^\circ 15'$. С—9, В—2. 1. $\angle A = 75^\circ$,
 $BC \approx 6$ см, $AC \approx 4$ см. 2. $6,254 \text{ м}^2$. 3. $AB \approx 1$ дм; $\angle A \approx 12^\circ$,
 $\angle B \approx 18^\circ$.

С—10, В—1. 1. $\angle A = 60^\circ$, $\angle B \approx 21^\circ 47'$, $\angle C \approx 98^\circ 13'$. 2. 40.

С—10, В—2. 1. $-\frac{5\sqrt{34}}{34}$. 2. 13.

С—11, В—1. 1. 144° . 2. 8. 4. $162\sqrt{3} \text{ см}^2$. С—11, В—2. 1. 135° .
2. 6. 4. $S = 36 \text{ см}^2$.

С—12, В—1. 1. $\pi \sqrt{a^2 + b^2}$. 2. $\frac{\pi a^2}{12}$. 3. $\frac{3}{2} \pi$ см. 4. $\approx 262 \text{ см}^2$.

С—12, В—2. 1. $\frac{2\pi a\sqrt{3}}{3}$. 2. $\frac{\pi a^2(\sin \alpha + \cos \alpha - 1)^2}{4 \cos^2 \alpha}$. 3. π см. 4. $\sqrt{\frac{8S}{3\pi}}$.

С—14, В—1. 1. F — прямоугольник, равный $ABCD$. С—14, В—2.
1. F — параллелограмм, равный $ABCD$.

C—15, B—1. 1. а) $\vec{r} \{1; 21\}$, $\vec{s} \{-4; 7\}$; б) 5 и 10. 2. $M(5; 0)$.
3. $O(1; -2)$, $R = 5$. C—15, B—2. 2. $D\left(0; \frac{8}{7}\right)$. 3. $O(2; 1)$, $R = 2$.

C—16, B—1. 1. $\angle D \approx 117^\circ 10'$, $\angle E \approx 38^\circ 59'$, $\angle F \approx 23^\circ 51'$. 2. 13, 2.
C—16, B—2. 1. $\angle C = 42^\circ 55'$, $\angle B = 88^\circ 35'$, $AC \approx 4$ см. 2. $-\frac{4}{11}$.

C—17, B—1. 1. $n = 5$. 2. 6 см и $54\sqrt{3}$ см². C—17, B—2. 1. $n = 9$.
2. $\frac{3\sqrt{6}}{2}$ дм.

Контрольные работы

K—1, B—1. 1. а) $\vec{EF} = \frac{1}{14}\vec{p} + \vec{m}$; б) нет. 2. 2 см и 10 см.
K—1, B—2. 1. а) $\vec{KM} = \frac{3}{14}\vec{p} + \vec{q}$; б) нет. 2. 2 см и 12 см.

K—2, B—1. 1. $\{-6; 3\}$, $3\sqrt{5}$. 2. $AB = AC = \sqrt{73}$, $h = 8$. 3. $x = 1$.
K—2, B—2. 1. $\{7; -5\}$, $\sqrt{74}$. 2. $BD = AC$, $O\left(0; -\frac{3}{2}\right)$. 3. $y = 2$.

K—3, B—1. 1. 135° . 2. $\angle A = 45^\circ$, $AC = 3$, $AB \approx 5,8$. 3. $\frac{4}{5}$.
K—3, B—2. 1. 45° . 2. $AC \approx 1,27$, $\angle A = 75^\circ$, $AB \approx 1,55$. 3. 0.

K—4, B—1. 1. $5\sqrt{6}$ см. 2. 36π дм². 3. $\frac{20\pi}{3}$ см. K—4, B—2.
1. $8\sqrt{2}$ м. 2. $8\sqrt{3}\pi$ см. 3. 48π дм².

K—5, B—1. 2. 22 см или 26 см. K—5, B—2. 2. 50 см.

K—6, B—1. 1. а) 48 см²; б) $73^\circ 48'$. 2. $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 16$.
3. 4π см². 4. $\approx 66,8$ см. K—6, B—2. 1. $20\sqrt{2}$. 2. $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 41$.
3. $S = 50\pi$ см². 4. 72,5 см.

Итоговый зачёт

Карточка 1. 3. 210 см². Карточка 2. 3. $R = \frac{8}{3\pi}$ дм, $S = \frac{128}{9\pi^2}$ дм².

Карточка 3. 3. $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 9$. Карточка 4. 3. $ABCD$ — параллелограмм, $P = 14\sqrt{2}$. Карточка 5. 3. $a = 12$ см, $h = 4$ см. Карточка 6.

3. 75 см². Карточка 7. 3. $BM = 10$ см, $\sin A = \frac{2}{3}$. Карточка 8. 3. 60 см.

Карточка 9. 3. 8, 12, 16 и 20 см; $S_2 : S_1 = 16$. Карточка 10. 3. 40° , 80° , 80° , 120° , 160° , 240° . Карточка 11. 3. $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 25$.

Карточка 12. 3. 30° , 30° , 120° . Карточка 14. 3. $\angle F = 45^\circ$. Карточка 15.

3. 160 см², 20 см. Карточка 16. 3. 30° , 60° ; 12 см. Карточка 17.

3. $\cos \varphi = \frac{3}{5}$, $|\vec{x}| = \sqrt{27,25}$. Карточка 18. 3. 200 см², $10\sqrt{2}\pi$ см.

Карточка 19. 3. 12 см, 6 см. Карточка 20. 3. $6\sqrt{\frac{2}{3}}$ см. Карточка 21.

3. 28 см. Карточка 22. 3. 60 см, 94,5 см². Карточка 23. 3. $\frac{2}{\pi}$. Карточка 24.

3. 3 см. Карточка 25. 3. ≈ 64 см. Карточка 26. 3. $5\sqrt{2} + 2\sqrt{17}$.

Содержание

Самостоятельные работы	3
Контрольные работы	23
Итоговый зачёт	31
Распределение самостоятельных и контрольных работ по пунктам учебника	45
Ответы	46



Учебное издание

Иченская Мира Александровна

ГЕОМЕТРИЯ

Самостоятельные и контрольные работы

9 класс

Учебное пособие для общеобразовательных организаций

Центр естественно-математического образования

Редакция математики и информатики

Зав. редакцией *Т. А. Бурмистрова*

Редактор *Л. В. Кузнецова*

Младший редактор *Е. В. Трошко*

Художественный редактор *О. П. Богомолова*

Художник *Ю. В. Тигина*

Компьютерная графика *О. Ю. Тупикиной*

Техническое редактирование и компьютерная вёрстка *А. М. Рукавова*

Корректор *И. В. Чернова*

Налоговая льгота — Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93—953000. Изд. лиц. Серия ИД № 05824 от 12.09.01. Подписано в печать 07.11.17. Формат 70×90¹/₁₆. Бумага типографская. Гарнитура Школьная. Печать офсетная.

Уч.-изд. л. 1,10. Тираж 9000 экз. Заказ № 4311ТТ.

Акционерное общество «Издательство «Просвещение».

127521, Москва, 3-й проезд Марьиной роши, 41.

Отпечатано по заказу АО «ПолиграфТрейд» в ООО «Тульская типография».

300026, г. Тула, пр-т Ленина, 109.